

Politechnika Śląska w Gliwicach
Konkurs "O złoty indeks Politechniki Śląskiej"
Zadania z matematyki - etap I

1. Okrąg O_1 jest styczny do osi OX , osi OY oraz okręgu $x^2 + y^2 + 2x + 2y = 0$. Okrąg O_2 jest styczny do osi OX , osi OY oraz do okręgu O_1 . Wyznaczyć długość promienia okręgu O_2 .

2. Narysować w układzie współrzędnych zbiór

$$A = \{(x, y) : \log_x \log_y (y^2 - x) > 0\}$$

3. Z dwóch trójkątów równobocznych A_1, A_2 o boku długości a i sześciu trójkątów równoramiennych $B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, B_6$, każdy o bokach długości a, b, b , utworzono bryłę posiadającą następujące własności:

Trójkąt A_1 ma wspólne krawędzie z trójkątami B_1, B_3, B_5 .

Trójkąt A_2 ma wspólne krawędzie z trójkątami B_2, B_4, B_6 .

Trójkąt B_1 ma wspólne krawędzie z trójkątami A_1, B_6, B_2 .

Trójkąt B_3 ma wspólne krawędzie z trójkątami A_1, B_2, B_4 .

Trójkąt B_5 ma wspólne krawędzie z trójkątami A_1, B_4, B_6 .

Obliczyć objętość otrzymanej bryły.

4. Wyznaczyć ilość rozwiązań równania

$$\left| \cos \left(rx + \frac{7\pi}{6} \right) \right| - \sin \left(rx - \frac{\pi}{3} \right) = 0$$

w przedziale $\langle \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2} \rangle$ w zależności od wartości parametru $r \in \mathbb{R}$ ($r > 0$).